Giapponesi: questo simpatico popolo di sboroni e cazzari

Marco Andrea Maggi

14 ottobre 2002

1 Un po' di matematica...

La Terra è un geoide, cioè un ellissoide di rotazione, in coordinate sferiche le equazioni del geoide sono

$$\begin{cases} x = a\,\cos\vartheta \cdot \sin\varphi \\ y = b\,\sin\vartheta \\ z = a\,\cos\vartheta \cdot \cos\varphi \end{cases} \tag{1}$$

in queste equazioni ϑ è la latitudine e φ è la longitudine.
Definiamo i due vettori

$$\vec{f_\vartheta} \equiv \left(\frac{\partial x}{\partial\vartheta}, \frac{\partial y}{\partial\vartheta}, \frac{\partial z}{\partial\vartheta}\right) \tag{2}$$

$$\vec{f_\varphi} \equiv \left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}, \frac{\partial y}{\partial\varphi}, \frac{\partial z}{\partial\varphi}\right) \tag{3}$$

questi contribuiscono a determinare il piano tangente π in un qualsiasi punto del geoide, l'equazione vettoriale di questo piano, definito il generico vettore appartenente al piano tangente nel punto T

$$\vec{f} = (x - x_T, y - y_T, z - z_T) \tag{4}$$

è

$$\vec{f} \cdot \left(\vec{f_\vartheta} \times \vec{f_\varphi}\right) = 0 \tag{5}$$

le coordinate di T si ricavano dalle equazioni (1), note longitudine e latitudine iniziali.

Si può ricavare in modo analogo il piano tangente passante per un punto dato P, di coordinate $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$, infatti vale sempre l'equazione (5), però sono incognite le coordinate sferiche del punto di tangenza

$$\begin{aligned} &(\overline{x} - x_T, \overline{y} - y_T, \overline{z} - z_T) \cdot \\ \cdot\, (y_\vartheta \cdot z_\varphi - y_\varphi \cdot z_\vartheta, y_\varphi \cdot z_\vartheta - y_\vartheta \cdot z_\varphi, &x_\vartheta \cdot y_\varphi - x_\varphi \cdot y_\vartheta) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

cioè le incognite sono ϑ_T e φ_T, essendo

$$\overline{x} = (a + h) \cdot \cos\overline{\vartheta} \cdot \sin\overline{\varphi} \tag{7}$$

$$\overline{y} = (b + h) \cdot \sin\overline{\vartheta} \tag{8}$$

$$\overline{z} = (a + h) \cdot \cos\overline{\vartheta} \cdot \ cos\overline{\varphi} \tag{9}$$

d'ora in poi, per alleggerire la notazione, ometteremo il pedice "T", quindi le coordinate sferiche senza pedice si riferiranno al punto di tangenza; l'equazione (6) in coordinate sferiche è piuttosto lunga, quindi viene omessa per ragioni di sintesi, tuttavia la si può ricavare con un buon programma di calcolo (tipo Mathematica) o con molta pazienza...

Altrettanto complicato è individuare la soluzione di questa equazione (che ha due incognite), dato che non è risolubile in forma chiusa (è una combinazione di funzioni trigonometriche), conviene allora utilizzare una risoluzione numerica, assegnando un opportuno valore ad una delle variabili.

A questo punto conosciamo le coordinate di un osservatore posto ad un'altezza h rispetto ad un punto sulla superficie della Terra, di coordinate sferiche $\overline{\vartheta}$ e $\overline{\varphi}$, e le coordinate di un punto appartenente all'orizzonte visto dall'osservatore di coordinate ϑ e φ: il piano passante per questi due punti (in realtà occorrono tre punti per individuare un piano, la terza condizione potrebbe essere che il piano contenga una geodetica o passi per un certo punto) unitamente al geoide individua la curva γ che congiunge i due punti sull'ellissoide, la lunghezza di questa curva è

$$l_\gamma = \int_\gamma \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)^{\frac{1}{2}} dt \tag{10}$$

nell'equazione (10) si è utilizzato il parametro t (cioè si e scritta la curva in forma parametrica) che può eventualmente coincidere con una delle coordinate.

2 ...e mo' due conti!

Sostituiamo qualche valore numerico alle equazioni trovate: dunque, le coordinate di Tokyo sono $35^\circ\, 42' N$ e $139^\circ\, 46' E$, utilizzando i valori dei semiassi

della Terra, si ha che una persona alta $1,70\,m$ alle coordinate di Tokyo vede la linea d'orizzonte a $4,643\,km$ verso sud, a $4,643\,km$ verso nord, a $4,663\,km$ verso ovest e a $4,663\,km$ verso est.
Dal cartone animato "Holly&Benji" vediamo che Holly tira delle saborgie spaventose quando all'orizzonte si intravede la porta e ad occhio e croce si trova sulla trequarti avversaria, quindi i campi di calcio in Giappone sono lunghi tra $18,572\,km$ e $18,652\,km$ (metro più, metro meno...) e la palla piotta, stimando un tempo medio di venti secondi per raggiungere la porta, tra $0.232\,\frac{km}{s}$ e $0.233\,\frac{km}{s}$.
I risultati piú interessanti si ottengono da un punto di vista fluidodinamico: al suolo la velocità del suono con $T = 15\,°C$ è $0.340\,\frac{km}{s}$, allora in termini di numero di Mach, la velocità del tiro di Holly è circa $M = 0.68$ cioè un signor numero di Mach, non elevatissmo ma se si pensa che ad avere questa velocità è un pallone...

Domande finali:
Ma nun è che i giapponesi so' tutti come Holly!?!? (io nun l'ho mai visto un giapponese dal vivo)
se la risposta è no allora...
Ma quei pochi portieri che hanno parato un tiro de Holly c'avevano i razzi al culo!?!? Ma chi cazzo l'ha disegnato 'sto cartone animato!?!?
Nun è che quando lo stava a disegnà pensava forse a Superman!?!?
e soprattutto
MA CHE CAZZO S'ERA FUMATO PRIMA!?!?